2020北京西城高二（上）期末

 数 学2020.1

本试卷共5页，共150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

**第一部分（选择题 共40分）**

**一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。**

1.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{4}=1(a>0)$的一个焦点为$\left(2，0\right)$，则$a$的值为（ ）

 A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. 6 D. 8

2.已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=2，a\_{n}-a\_{n-1}+2(n\in N\*，n\geq 2)$，则$a\_{3}$= （ ）

 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

3.已知命题$p:∃x<1，x^{2}\leq 1$，则$¬p$为（ ）

 A. $∀x\geq 1，x^{2}\leq 1$ B. $∃x<1，x^{2}>1$

 C. $∀x和1，x^{2}>1$ D. $∃x\geq 1，x^{2}>1$

4.已知$a，b\in R$，若$a<b$，则（ ）

 A. $a<2b$ B. $ab<b^{2}$ C. $a^{2}<b^{2}$ D. $a^{3}<b^{3}$

5.已知向量$a=\left(-1，2，1\right)，b=\left(3，x，y\right)，$且$a//b$，那么$\left|b\right|$**=** （ ）

 A. $3\sqrt{6}$ B. 6 C. 9 D. 18

6.已知直线$a，b$分别在两个不同的平面$α，β$内，则“直线$a$和直线$b$相交”是“平面$α$和平面$β$相交”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7.已知向量$a=\left(1，x，2\right)，b=\left(0，1，2\right)，c=\left(1，0，0\right)，$若$a，b，c$共面，则$x$等于（ ）

 A. $-1$ B. 1 C. $-1$或1 D. 1或0

8.德国著名数学家高斯，享有“数学王子”之美誉，他在研究圆内整点问题时，定义了一个函数$f\left(x\right)=\left[x\right]$，其中

$\left[x\right]$表示不超过$x$的最大整数，比如$\left[π\right]=3$.根据以上定义，当$x=\sqrt{3}+1$时，数列$x-f\left(x\right)，f\left(x\right)，x$ （ ）

 A. 是等差数列，也是等比数列 B. 是等差数列，不是等比数列

 C. 是等比数列。不是等差数列 D. 不是等差数列，也不是等比数列

9.设有四个数的数列$\left\{a\_{n}\right\}$，该数列前3项成等比数列，其和为$m$,后3项成等差数列，其和为6.则实数$m$的取值范围为（ ）

 A. $m\geq 6$ B. $m\geq \frac{3}{2}$ C. $m\leq 6$ D. $m\geq 2$

10.曲线$C:x^{3}+y^{2}=1$,给出下列结论：

 ①曲线$C$关于原点对称；

 ②曲线$C$上任意一点到原点的距离不小于1；

 ③曲线$C$只经过2个整点（即横、纵坐标均为整数的点）.

 其中，所有正确结论的序号是（ ）

 A. ①② B. ② C. ②③ D. ③

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。**

11.设$P$是椭圆$\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{9}=1$上的点，$P$到该椭圆左焦点的距离为2，则$P$到右焦点的距离为 .

12.不等式$\frac{x}{x-1}<0$的解集为 .

13.能说明“若$a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”为假命题的一组$a、b$值是$a$= ，$b$= .

14.若双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0，b>0)$的右焦点$F\left(c，0\right)$到一条渐近线的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，则其离心率的值是 .

15.某渔业公司今年初用100万元购进一艘渔船用于捕捞，已知第一年需各种费用4万元，从第二年开始，每年所需费用用均比上一年增加2万元.

若该渔船预计使用$n$年，其总花费（含购买费用）为 万元；

当$n=$ 时，该渔船年平均花费最低（含购买费用）.

16.若$x\_{1}，x\_{2}，x\_{3}，\cdots ，x\_{9}$表示从左到右依次排列的9盏灯，现制定开灯与关灯的规划如下：

（1）对一盏灯进行开灯或关灯一次叫做一次操作；

（2）灯$x\_{i}$在任何情况下都可以进行一次操作；对任意的$i\in \left\{x\in N/2\leq x\leq 9\right\}$，要求灯$x\_{i}$的左边有且只有灯$x\_{i-1}$是开灯状态时才可以对灯$x\_{i}$进行一次操作.

如果所有灯都处于开灯状态，那么要把灯$x\_{4}$关闭最少需要 次操作；

如果除灯$x\_{8}$外，其余8盏灯都处于开灯状态，那么要使所有灯都开着最少需要 次操作.

**三、解答题：本大题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

17.（本小题满分13分）

已知等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$的公比为2，且$a\_{3}，a\_{4}+4，a\_{5}$成等差数列.

 （I）求$\left\{a\_{n}\right\}$的通项公式；

（II）设$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，且$S\_{n}=62$，求$n$的值.

18.（本小题满分13分）

 已知函数$f\left(x\right)=x^{2}+ax，a\in R$.

 （I）若$f\left(a\right)>f(1)$，求$a$的取值范围；

 （II）若$f\left(x\right)\geq -4$对$∀x\in R$恒成立，求$a$的取值范围；

 （III）求关于$x$的不等式$f\left(x\right)>0$的解集.

19.（本小题满分13分）

已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的右焦点为$F\left(1，0\right)$，离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

 （I）求椭圆$C$的方程；

 （II）设点$A$为椭圆$C$的上顶点，点$B$在椭圆上且位于第一象限，且$∠AFB=90°$，求$∆AFB$的面积.

20.（本小题满分14分）

如图，四棱锥$P-ABCD$中，$AD⊥$平面$ABP，BC//AD，∠PAB=90°，PA=AB=2$，$AD=3，BC=m$，

$E$为$PB$的中点.

（I）证明：$AE⊥$平面$PBC$；

（II）若二面角$C-AE-D$的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，求$m$的值；

（III）若$m=2$,在线段$AD$上是否存在一点$F$，使得$PF⊥CE$.若存在，确定$F$点的位置；若不存在，说明理由.

21.（本小题满分14分）

已知抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$，抛物线$C$上横坐标为1的点到焦点$F$的距离为3.

 （I）求抛物线$C$的方程及其准线方程；

 （II）过$\left(-1，0\right)$的直线$l$交抛物线$C$于不同的两点$A，B$，交直线$x=-4$于点$E$，直线$BF$交直线$x=-1$于点$D$.是

 否存在这样的直线$l$，使得$DE//AF$？若不存在，请说明理由；若存在，求出直线$l$的方程.

22.（本小题满分13分）

若无穷数列$a\_{1}，a\_{2}，a\_{3}，\cdots $满足：对任意两个正整数$i，j\left(j-i\geq 3\right)，a\_{i-1}+a\_{j+1}=a\_{i}+a\_{j}$与$a\_{i+1}+a\_{j-1}= a\_{i}+a\_{j}$至少有一个成立，则称这个数列为“和谐数列”.

 （I）求证：若数列$\left\{a\_{n}\right\}$为等差数列，则$\left\{a\_{n}\right\}$为“和谐数列”；

 （II）求证：若数列$\left\{a\_{n}\right\}$为“和谐数列”，则$\left\{a\_{n}\right\}$从第3项起为等差数列；

 （III）若$\left\{a\_{n}\right\}$是各项均为整数为“和谐数列”，满足$a\_{1}=0$，且存在$p\in N\*$使得

$a\_{p}=p，a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+\cdots +a\_{p}=-p$，求$p$的所有可能值.