2019北京石景山区高三（上）期末

数 学（理）

本试卷共6页，满分为150分，考试时间为120分钟．请务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后上交答题卡．

**第一部分（选择题 共40分）**

**一、选择题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项**．

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | 已知集合，，则＝ |
|  | A.  | B.  | C.  | D.  |
| 2. | 设是虚数单位，复数，则的共轭复数为是否开始结束输出*n*出fdnjfnnn |
|  | A.  | B.  | C.  | D.  |
| 3. | 阅读右边的程序框图，运行相应的程 |  |
|  | 序，则输出的值为 |
|  | A.  |  |
|  | B.  |  |
|  | C.  |  |
|  | D.  |  |
|  |  |  |  |  |
| 4. | 下列函数中为偶函数的是 |
|  | A.  | B.  |
|  | C.  | D.  |
| 5. | 某四面体的三视图如图所示，该四面 | 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ |
|  | 体的体积为 |
|  | A.  |
|  | B.   |  |
|  | C.  |  |
|  | D.  |  |
| 6. | 已知平面向量，则下列关系正确的是 |
|  | A.  | B.  |
|  | C.  | D.  |
| 7. | 在中，，则的面积为 |
|  | A.  | B.  | C.  | D.  |
| 8. | 已知函数则下列关于函数的零点个数的判断正确的是 |
|  | A. 当时，有4个零点；当时，有1个零点 |
|  | B. 当时，有3个零点；当时，有2个零点 |
|  | C. 无论为何值，均有2个零点 |
|  | D. 无论为何值，均有4个零点 |

**第二部分（非选择题共110分）**

**二、填空题共6小题，每小题5分，共30分．**

|  |  |
| --- | --- |
| 9. | 在的展开式中，的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（用数字作答） |
| 10. | 设为等差数列的前项和，，则其通项公式\_\_\_\_\_\_ ． |
| 11. | 若变量满足约束条件，则的最小值等于\_\_\_\_\_\_． |
| 12. | 写出“”的一个充分不必要条件\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_． |
| 13. | 已知双曲线中心在原点，一个焦点为，点在双曲线上，且线段 |
|  | 的中点坐标为，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_． |
| 14. | 2018年个税改革方案中专项附加扣除等内容将于2019年全面施行．不过，为了 |
|  | 让老百姓尽早享受到减税红利，自2018年10月至2018年12月，先将工资所得税起征额由3500元/月提高至5000元/月，并按新的税率表（见附录）计算纳税．按照税法规定，小王2018年9月和10月税款计算情况分别如下:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份 | …… | 纳税所得额 | 起征额 | **应纳****税额** | 适用税率 | 速算扣除数 | **税款** | **税后****工资** |
| 9 | …… | 6000 | 3500 | **2500** | 10% | 105 | **145** | **5855** |
| 10 | …… | 6000 | 5000 | **1000** | 3% | 0 | **30** | **5970** |

（相关计算公式为：应纳税额=纳税所得额–起征额，税款=应纳税额适用税率–速算扣除数，税后工资=纳税所得额–税款 ）（1）某职工甲2018年9月**应纳税额**为2000元，那么他9月份的税款为\_\_\_元；（2）某职工乙2018年10月**税后工资**为14660元，则他享受减税红利为\_\_\_\_元．附录：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **原税率表（执行至2018年9月）** |  | **新税率表（2018年10月起执行）** |
| **应纳税额** | **税率** | **速算****扣除数** |  | **应纳税额** | **税率** | **速算****扣除数** |
| 不超过1500元 | 3% | 0元 |  | 不超过3000元 | 3% | 0元 |
| 1500元至4500元 | 10% | 105元 |  | 3000元至12000元 | 10% | 210元 |
| 4500元至9000元 | 20% | 555元 |  | 12000元至25000元 | 20% | 1410元 |
| 9000元至35000元 | 25% | 1005元 |  | 25000元至35000元 | 25% | 2660元 |
| …… | …… | …… |  | …… | …… | …… |

 |
|  |  |

**三、解答题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．**

15. （本小题13分）

函数的部分图象如图所示.

（Ⅰ）求的最小正周期及解析式；

（Ⅱ）设，求函数在区间上的最小值.

16. （本小题13分）

年月，某校高一年级新入学有名学生，其中名男生，名女生．学校计划为家远的高一新生提供间男生宿舍和间女生宿舍，每间宿舍可住2名同学．

该校“数学与统计”社团的同学为了解全体高一学生家庭居住地与学校的距离情况，按照性别进行分层抽样，其中共抽取40名男生家庭居住地与学校的距离数据（单位：）如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 6 | 7 | 7.5 | 8 | 8.4 | 4 | 3.5 | 4.5 | 4.3 |
| 5 | 4 | 3 | 2.5 | 4 | 1.6 | 6 | 6.5 | 5.5 | 5.7 |
| 3.1 | 5.2 | 4.4 | 5 | 6.4 | 3.5 | 7 | 4 | 3 | 3.4 |
| 6.9 | 4.8 | 5.6 | 5 | 5.6 | 6.5 | 3 | 6 | 7 | 6.6 |

（Ⅰ）根据以上样本数据推断，若男生甲家庭居住地与学校距离为，他是否能住宿？说明理由；

（Ⅱ）通过计算得到男生样本数据平均值为，女生样本数据平均值为，求所有样本数据的平均值；

（Ⅲ）已知能够住宿的女生中有一对双胞胎，如果随机分配宿舍，求双胞胎姐妹被分到

同一宿舍的概率．

17. （本小题14分）

如图，在中，．可以通过以直线为轴旋转得到，且，动点在斜边上．

（Ⅰ）求证：平面平面；

（Ⅱ）当为的中点时，求二面角的余弦值；

（Ⅲ）求与平面所成的角中最大角的正弦值．

18. （本小题14分）

已知抛物线经过点，其焦点为．为抛物线上除了原点外的任一点，过的直线与轴，轴分别交于．

（Ⅰ）求抛物线的方程以及焦点坐标；

（Ⅱ）若与的面积相等，求证：直线是抛物线的切线．

19. （本小题13分）

已知函数．

（Ⅰ）当时，求在处的切线方程；

（Ⅱ）当时，若有极小值，求实数的取值范围．

20.（本小题13分）

将1至这个自然数随机填入方格的个方格中，每个方格恰填一个数（）．对于同行或同列的每一对数，都计算较大数与较小数的比值，在这个比值中的最小值，称为这一填数法的“特征值”．

（Ⅰ）若，请写出一种填数法，并计算此填数法的“特征值”；

（Ⅱ）当时，请写出一种填数法，使得此填数法的“特征值”为；

（Ⅲ）求证：对任意一个填数法，其“特征值”不大于．

数学试题答案

**一、选择题：本大题共8个小题，每小题5分，共40分．**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | C | B | B | A | C | D | A |

**二、填空题：本大题共6个小题，每小题5分，共30分．**

9．； 10．； 11． ；

12．；（答案不唯一） 13. ； 14. ，．

**三、解答题：本大题共6个小题，共80分．解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

15．（本小题13分）

解：（Ⅰ）由图可得

 ，所以.

当时，，可得，



.

（Ⅱ）

 .

.

当，即时，有最小值为.

16.（本小题13分）

解：（Ⅰ）能住宿.

 因为200名男生中有10名男生能住宿，

所以40名男生样本中有2名男生能住宿。

样本数据中距离为8.4km和8km的男生可以住宿，距离为7.5km以下的男生不可以住宿，

由于8.3 >8，所以男生甲能住宿。

（Ⅱ）根据分层抽样的原则，抽取女生样本数为32人.

所有样本数据平均值为.

（Ⅲ）解法一：记住宿的双胞胎为，其他住宿女生为.

 考虑的室友，共有七种情况，

 所以双胞胎姐妹被分到同一宿舍的概率为.

 解法二：设“双胞胎姐妹被分到同一宿舍”为事件，

 则.

 所以双胞胎姐妹被分到同一宿舍的概率为.

17.（本小题14分）

（Ⅰ）证明：在中，，

 ∵，且，

 ∴ 平面，

 又平面，

 ∴平面平面．

（Ⅱ）解：如图建立空间直角坐标系，

 ∵为的中点，

 ∴，，，，，

 ∴，，，

设为平面的法向量，

∴即

令，则，

∴是平面的一个法向量，

设为平面的法向量，

∴即

令，则，，

∴是平面的一个法向量，

∴，

∴二面角的余弦值为．

（Ⅲ）解法一:∵平面，

∴为与平面所成的角，

∵，

∴点到直线的距离最小时，的正弦值最大，

即当时，的正弦值最大，

此时，∴，

∴．

解法二：设，所以．

．

平面的法向量，

所以

所以当时，与平面所成的角最大，．

18.（本小题14分）

解：（Ⅰ）因为抛物线经过点，

所以，．

所以抛物线的方程为，焦点点坐标为．

（Ⅱ）因为与的面积相等，

所以，所以为的中点．

 设，则．

 所以直线的方程为，

 与抛物线联立得：

 ，

 

 所以直线是抛物线的切线．

19.（本小题13分）

解：（Ⅰ）当时，，.

 ，

 所以在处的切线方程为.

 （Ⅱ）有极小值函数有左负右正的变号零点.



令，则

令，解得.

的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | - | 0 | + |
|  | 减 | 极小值 | 增 |

1. 若，即，则，所以不存在变号零点，不合题意.
2. 若，即时，，.

所以，使得；

且当时，，当时，.

所以当时，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | – | 0 | + |
|  | 减 | 极小值 | 增 |

所以.

20.（本题13分）

|  |  |
| --- | --- |
| 3 | 2 |
| 1 | 4 |

此填数法的“特征值”为.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

此填数法的“特征值”为.

解：（Ⅰ）

或

…3分

（Ⅱ）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 1 | 4 |
| 5 | 8 | 2 |
| 3 | 6 | 9 |

…7分

（前两问答案不唯一，请酌情给分）

（Ⅲ）不妨设A为任意一个填数法，记此填数法的“特征值”为,

考虑含*n*+1个元素的集合 ，

易知其中必有至少两个数处于同一行，设为

也必有至少两个数处于同一列，设为.

①若

则有（因为）.

②若，即，

则， ．

所以.

即不论何种情况，总有. …13分

**【若有不同解法，请酌情给分】**